

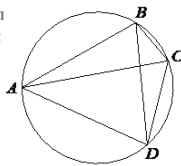
# **Математика(Профильная)- тест за 2025 год**

19 зад.

## Задание 1

Впишите правильный ответ.

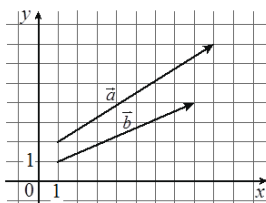
Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $62^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $41^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



## Задание 2

Впишите правильный ответ.

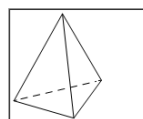
На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



## Задание 3

Впишите правильный ответ.

Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 10, а боковые рёбра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



## Задание 4

Впишите правильный ответ.

Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,2. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не** перегорит.



## Задание 5

Впишите правильный ответ.

В сборнике билетов по географии всего 60 билетов, в девяти из них встречается вопрос по теме «Ресурсообеспеченность». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Ресурсообеспеченность».



## Задание 6

Впишите правильный ответ.

Найдите корень уравнения  $\sqrt{7x-31} = 2$ .



## Задание 7

Впишите правильный ответ.

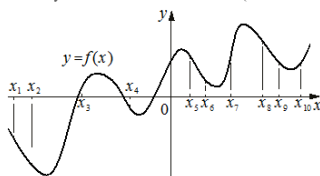
Найдите значение выражения  $3\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,2$ .



## Задание 8

Впишите правильный ответ.

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечено десять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ . В ответе укажите количество точек (из отмеченных), в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна.



## Задание 9

Впишите правильный ответ.

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 295$  Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе такой же тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  (в Гц) больше первого: она зависит

$$\frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$$

от скорости тепловоза  $v$  (в м/с) и изменяется по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$  (Гц),

где  $c$  — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 5 Гц. Определите,

с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 300$  м/с. Ответ дайте в м/с.



## Задание 10

Впишите правильный ответ.

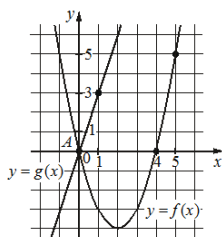
Моторная лодка прошла против течения реки 143 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.



## Задание 11

Впишите правильный ответ.

На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



## Задание 12

Впишите правильный ответ.

Найдите наименьшее значение функции  $y = x\sqrt{x} - 6x + 3$  на отрезке  $[0; 40]$ .



## Задание 13

Дайте развернутый ответ.

а) Решите уравнение  $8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$ .



## Задание 14

Дайте развернутый ответ.

В основании пирамиды  $SABCD$  лежит трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ , равными 8 и 3 соответственно. Точки  $M$  и  $N$  лежат на ребрах  $SD$  и  $BC$  соответственно, причём  $SM:MD = 3:2$ ,  $BN:NC = 1:2$ .

Плоскость  $AMN$  пересекает ребро  $SC$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что  $SK:KC = 6:1$ .

б) Плоскость  $AMN$  делит пирамиду  $SABCD$  на два многогранника. Найдите отношение их объёмов.



## Задание 15

Дайте развернутый ответ.

Решите неравенство  $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$ .



## Задание 16

Дайте развернутый ответ.

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1254,4 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2027 года?



## Задание 17

Дайте развернутый ответ.

Пятиугольник  $ABCDE$  вписан в окружность. Известно, что  $AB = CD = 3$ ,  $BC = DE = 4$ .

а) Докажите, что  $AC = CE$ .

б) Найдите длину диагонали  $BE$ , если  $AD = 6$ .



## Задание 18

---

Дайте развернутый ответ.

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + y = a, \\ |y| = |x^2 - 2x| \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.



## Задание 19

---

Дайте развернутый ответ.

Из пары натуральных чисел  $(a; b)$  за один ход можно получить пару  $(a + 2; b - 1)$  или  $(a - 1; b + 2)$  при условии, что оба числа в новой паре положительны. Сначала есть пара  $(5; 7)$ .

а) Можно ли за 50 таких ходов получить пару, в которой одно из чисел равно 100?

б) За какое число ходов получится пара, сумма чисел в которой равна 400?

в) Какое наибольшее число ходов можно сделать так, чтобы после каждого хода оба числа в паре не превосходили 100?

