

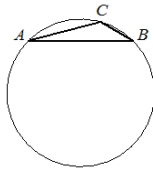
Математика(Профильная)- тест за 2025 год

19 зад.

Задание 1

Впишите правильный ответ.

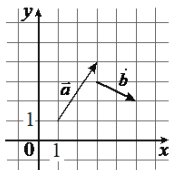
В треугольнике ABC сторона AB равна $3\sqrt{2}$, угол C равен 135° .
Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



Задание 2

Впишите правильный ответ.

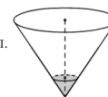
На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Задание 3

Впишите правильный ответ.

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{3}$ высоты. Объем сосуда равен 810 мл. Найдите объем налитой жидкости. Ответ дайте в миллилитрах.



Задание 4

Впишите правильный ответ.

В чемпионате по гимнастике участвуют 25 спортсменов: 6 из Венгрии, 9 из Румынии, остальные — из Болгарии. Порядок, в котором выступают спортсменки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Болгарии.



Задание 5

Впишите правильный ответ.

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в три первые мишени и не попадёт в последнюю.



Задание 6

Впишите правильный ответ.

Найдите корень уравнения $\sqrt{57-7x} = 6$.



Задание 7

Впишите правильный ответ.

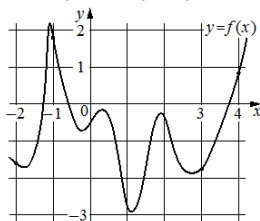
Найдите значение выражения $\sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{8} \cdot \cos \frac{7\pi}{8}$.



Задание 8

Впишите правильный ответ.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-2, -1, 3, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее?
В ответе укажите эту точку.



Задание 9

Впишите правильный ответ.

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 20 см до 40 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 160 см до 180 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$$

На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно разместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким? Ответ дайте в сантиметрах.



Задание 10

Впишите правильный ответ.

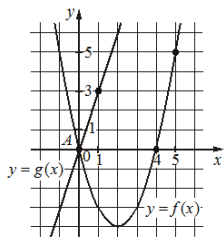
Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 104 литра она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?



Задание 11

Впишите правильный ответ.

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Задание 12

Впишите правильный ответ.

Найдите точку минимума функции $y = \sin x$.



Задание 13

Дайте развернутый ответ.

а) Решите уравнение
$$\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2\cos x + \sqrt{3}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.



Задание 14

Дайте развернутый ответ.

В основании пирамиды $SABCD$ лежит трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , равными 8 и 3 соответственно. Точки M и N лежат на ребрах SD и BC соответственно, причём $SM:MD = 3:2$, $BN:NC = 1:2$.

Плоскость AMN пересекает ребро SC в точке K .

а) Докажите, что $SK:KC = 6:1$.

б) Плоскость AMN делит пирамиду $SABCD$ на два многогранника. Найдите отношение их объёмов.



Задание 15

Дайте развернутый ответ.

Решите неравенство $\log_8(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \geq \log_2(x^2 - 1) - 5$.



Задание 16

Дайте развернутый ответ.

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1 000 000 рублей на $(n + 1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу $(n + 1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.



Задание 17

Дайте развернутый ответ.

Сумма оснований трапеции равна 10, а её диагонали равны 6 и 8.

- а) Докажите, что диагонали трапеции перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции.



Задание 18

Дайте развернутый ответ.

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x + 2a} \cdot \ln(x - a) = (x - 1) \cdot \ln(x - a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.



Задание 19

Дайте развернутый ответ.

На доске написано несколько различных натуральных чисел, в записи которых могут быть только цифры 4 и 9 (возможно, только одна из этих цифр).

- а) Может ли сумма этих чисел быть равна 107?
б) Может ли сумма этих чисел быть равна 289?
в) Какое наименьшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 3986?

